33 DERROTAS

33.1 INTRODUÇÃO. REVISÃO DE CONCEITOS

Um navio ou embarcação navega sempre por rumos. O **rumo** ou **loxodromia**, conforme visto no Capítulo 1 (Volume I), é a linha que, na Terra, corta todos os meridianos segundo um ângulo constante.

Na superfície da Terra, a **loxodromia**, curva que forma o mesmo ângulo com todos os meridianos, apresenta-se como uma espiral que tende para o Pólo (figura 33.1). Nas figuras 33.1(a) e (b) está traçado o arco de loxodromia que une os pontos **1** e **2**. Esta linha corta todos os meridianos segundo ângulos iguais. Assim, os ângulos P1A, PAB, PBC e PC2 são todos iguais e qualquer um deles pode ser tomado como o **rumo** entre os pontos **1** e **2**. A **loxodromia** na Esfera Terrestre tem a forma de uma espiral que tende para o Pólo, como mostrado na figura 33.1(c).

A figura 33.2 mostra que, partindo das proximidades do Equador no rumo 060º, o navegante percorrerá a **curva loxodrômica** mostrada, formando com todos os meridianos o mesmo ângulo (igual ao rumo 060º) e convergindo em espiral para o Pólo.

Na Projeção de Mercator, entretanto, a **linha de rumo** ou **loxodromia** entre dois pontos é representada, como vimos no Capítulo 2 (Volume I), por uma reta, formando com as transformadas de todos os meridianos um ângulo constante e igual ao rumo entre os dois pontos. Esta é a maior vantagem da Projeção de Mercator para uso em Cartografia Náutica. Na figura 33.3, por exemplo, o rumo, ou arco de loxodromia, entre os pontos **A** e

B é traçado, em uma Carta de Mercator, como uma linha reta unindo os dois pontos, cortando todos os meridianos segundo o mesmo ângulo, igual ao valor do rumo, que pode ser medido diretamente na carta.

Figura 33.1 – Linha de Rumo ou Loxodromia na Esfera Terrestre

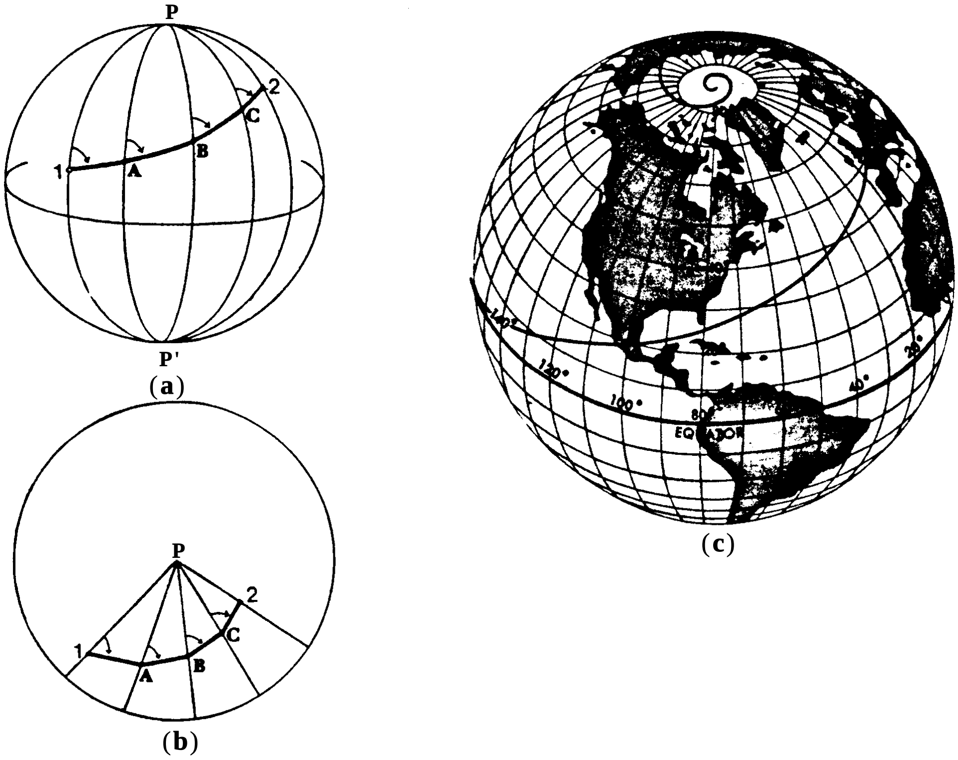


Figura 33.2 – Loxodromia (Rumo) de 060º na Superfície da Terra

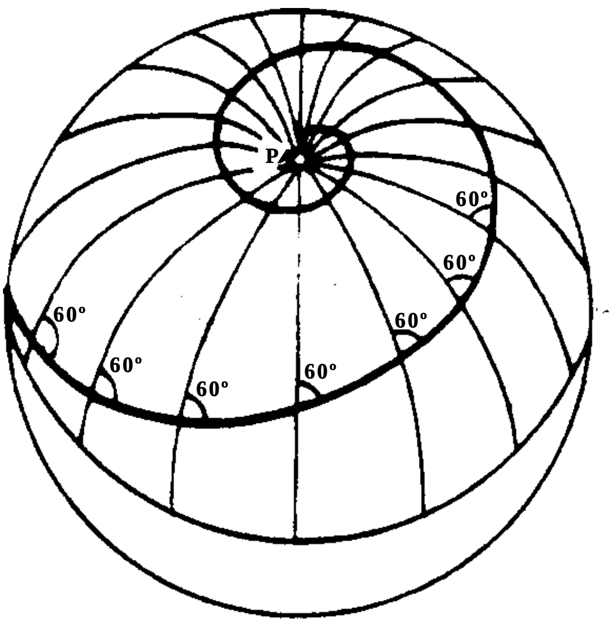
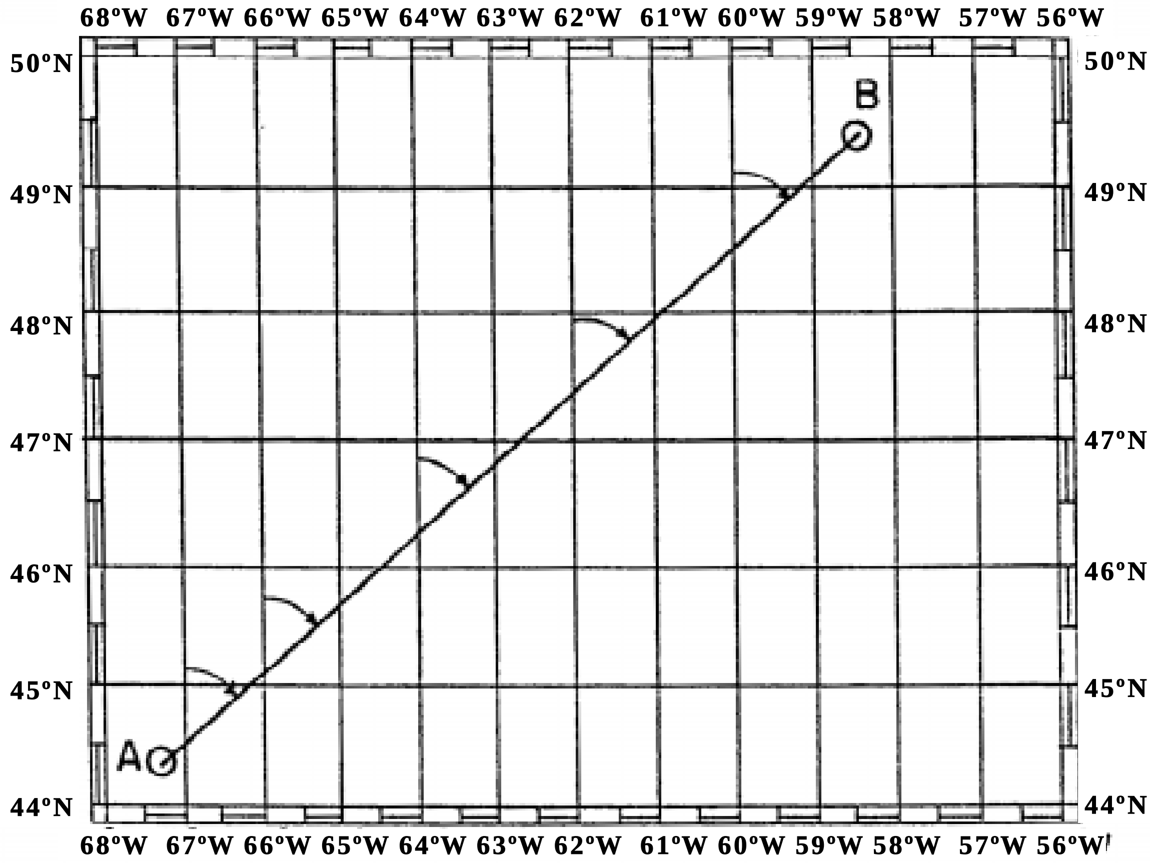
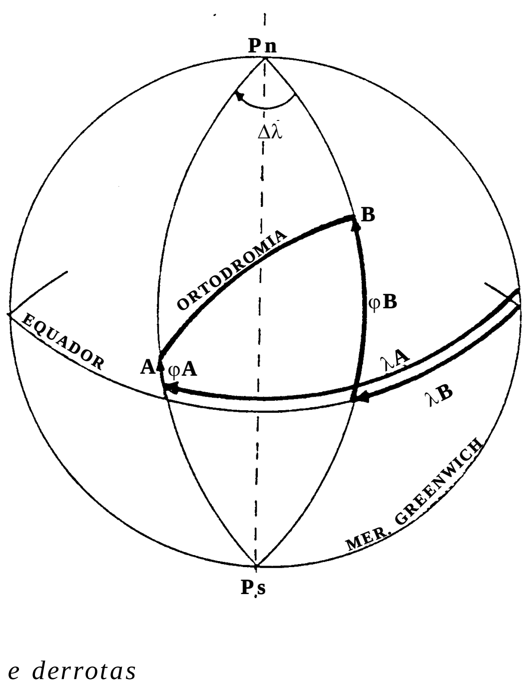


Figura 33.3 – Loxodromia (Linha de Rumo) na Carta de Mercator



Contudo, a menor distância entre dois pontos na superfície da Esfera Terrestre é o arco de círculo máximo que passa por estes dois pontos. Tal linha é denominada **ortodromia**. Na figura 33.4 está mostrada a **ortodromia** (arco de círculo máximo) entre os pontos **A** e **B** na superfície da Terra. Esta linha representa a menor distância entre os referidos pontos e não corta todos os meridianos sob o mesmo ângulo.

Figura 33.4 – Ortodromia (Arco de Círculo Máximo) na Esfera Terrestre



A figura 33.5 apresenta a **ortodromia** e a **loxodromia** traçadas na Esfera Terrestre entre os pontos **1** e **2**. A **ortodromia** (círculo máximo) representa a menor distância entre os referidos pontos, mas faz com os sucessivos meridianos ângulos diferentes ($\hat{\mathbf{A}} \neq \hat{\mathbf{B}} \neq \hat{\mathbf{C}} \neq \hat{\mathbf{D}}$), enquanto que a **loxodromia**, embora não seja a menor distância entre os pontos, corta todos os meridianos segundo um mesmo ângulo, igual ao rumo entre os pontos **1** e **2**. Além disso, na Projeção de Mercator, utilizada na maioria das Cartas Náuticas, a **ortodromia** é representada por uma linha curva (figura 33.6).

Figura 33.5 – Loxodromia e Ortodromia (Círculo Máximo) na Esfera Terrestre

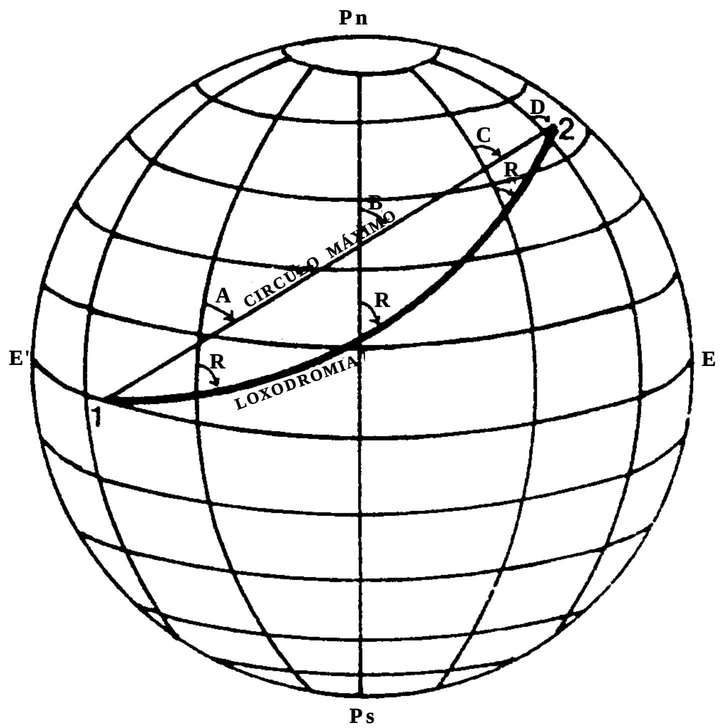
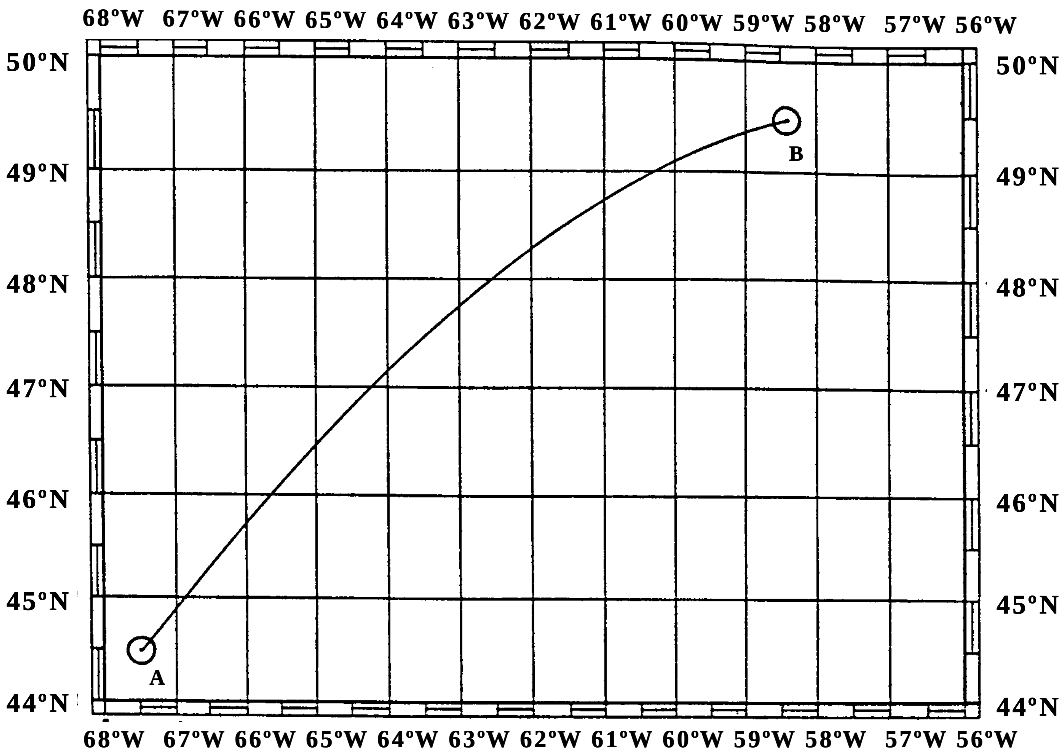


Figura 33.6 – Ortodromia na Carta de Mercator



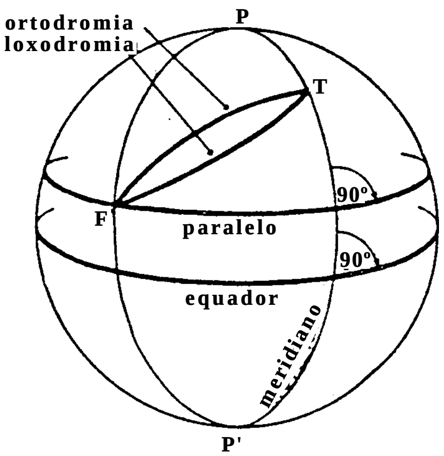
Desta forma, para manter-se sobre a **ortodromia** entre dois pontos, o navegante deveria variar o rumo constantemente, para navegar sobre o arco de círculo máximo entre os referidos pontos. Como não se pode mudar o rumo a cada instante, navega-se sempre em **arcos de loxodromia**, ou linha de rumo.

Para pequenas distâncias, a **loxodromia** e a **ortodromia** praticamente se confundem. Assim, para uma pernada de 750 milhas na Latitude média de 40º, por exemplo, a diferença entre a **ortodromia** e a **loxodromia** é de apenas 1,5'. Entretanto, para grandes travessias, principalmente em Latitudes elevadas, a diferença entre a **derrota ortodrômica** e a **derrota loxodrômica** pode ser significativa. A distância ortodrômica de Valparaíso, Chile (Latitude 33º 02,0' S, Longitude 071º 40,0' W) para Sydney, Austrália (Latitude 33º 53,0' S, Longitude 151º 10,0' E) é de 6.115,0 milhas, enquanto que a **distância loxodrômica** é 6.899,6 milhas, o que corresponde a uma diferença de 784,6 milhas. Por isso, para grandes travessias deverá ser considerado o uso de **derrota ortodrômica** (decomposta em arcos de loxodromia) ou de uma **derrota mista (derrota composta)**, como veremos adiante, neste mesmo capítulo.

33.2 DERROTA LOXODRÔMICA

A **loxodromia**, **linha de rumo**, ou simplesmente **rumo** entre dois pontos, é a linha que une estes dois pontos cortando todos os meridianos segundo um mesmo ângulo. Para navegar na **loxodromia** entre os dois pontos bastará que o navio governe em uma direção constante, tal que sua proa forme com os meridianos um ângulo igual ao rumo (contado a partir do Norte, no sentido horário).

Figura 33.7



Quando o rumo é 090º ou 270º, a **loxodromia** é um arco de paralelo ou um arco do Equador (que é um círculo máximo). Quando o rumo é 000º ou 180º, a loxodromia coincide com um meridiano, que, também, é um círculo máximo (figura 33.7).

Entre dois pontos na superfície da Terra há duas loxodromias; considera-se, entretanto, apenas a menor, que corresponde também ao menor caminho em Longitude. Assim, de Recife a Lisboa pode-se fazer passar duas loxodromias, uma para Oeste, no rumo aproximado 279º, e outra para Leste, no rumo 027º, mas se utilizará sempre a **linha de rumo** 027º, por ser a menor das duas.

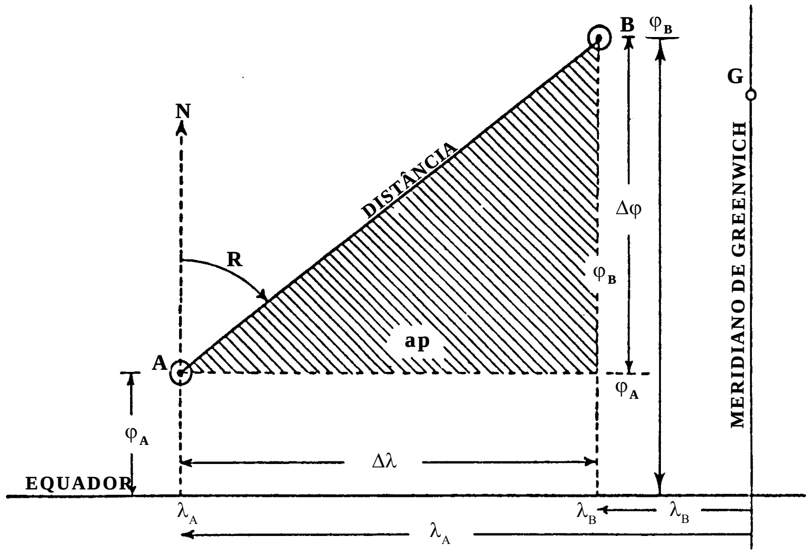
Os problemas de navegação loxodrômica podem se apresentar segundo duas formas:

a. Conhecem-se as coordenadas geográficas do ponto de partida e do destino e deseja-se obter o rumo da derrota loxodrômica e a distância a ser navegada; ou

b. conhecem-se as coordenadas do ponto de partida, o rumo e a distância a ser navegada e deseja-se obter as coordenadas do ponto de chegada.

Ambos os casos estão ilustrados na figura 33.8. No primeiro, conhecem-se as coordenadas dos pontos **A** e **B** e deseja-se obter o Rumo e a Distância entre eles. No segundo, são conhecidas as coordenadas do ponto de partida **A** (φ_A , λ_A), o rumo e a distância a ser navegada e deseja-se determinar as coordenadas do ponto de chegada **B** (φ_B , λ_B).

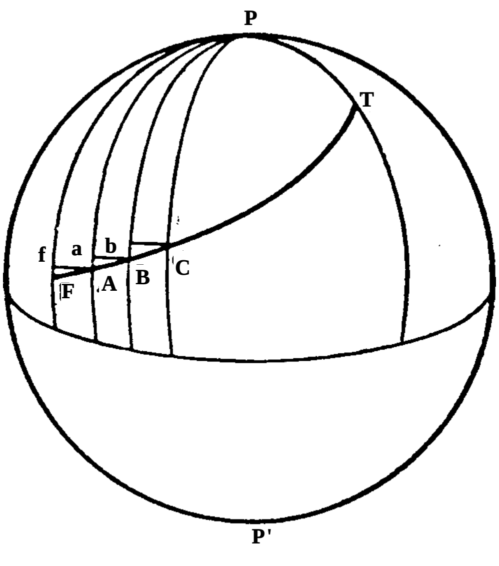
Figura 33.8 – O Problema da Navegação Loxodrômica



Para solução de quaisquer das duas formas de problemas, é necessário empregar os conceitos de **apartamento (ap)**, **Latitude intermediária (φi)** e **Latitude média (φm)** entre dois pontos.

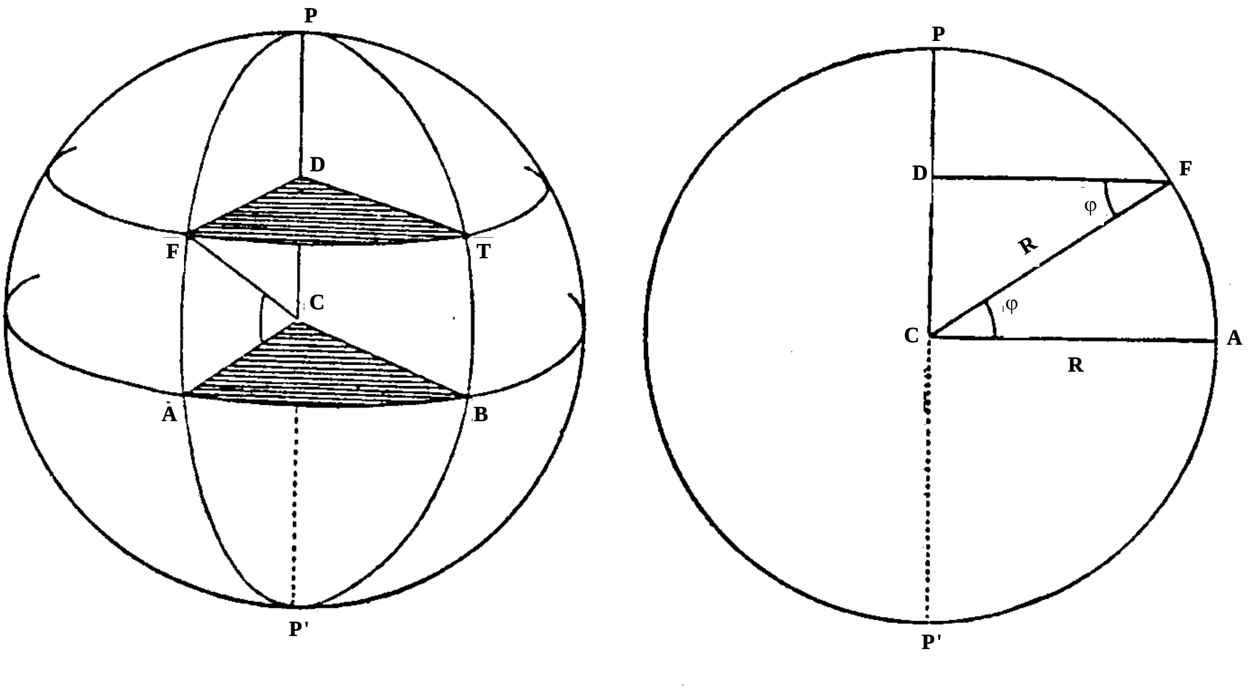
Para determinar o rumo e a distância de uma **loxodromia**, é preciso conhecer a distância ao longo de um paralelo entre os dois pontos dados, pois as fórmulas da **derrota loxodrômica** são deduzidas considerando um grande número de triângulos retângulos, cada um dos quais tem um lado situado sobre um paralelo de Latitude (figura 33.9).

Figura 33.9



Na figura 33.10 (a), **FT** é um arco de paralelo, cujo comprimento deseja-se determinar. Portanto, **FT** é a distância ao longo do paralelo, entre os meridianos que passam por **F** e por **T**. **AB** é a distância ao longo do Equador entre os mesmos meridianos, ou seja, **AB** é a diferença de Longitude ($\Delta\lambda$) entre os pontos **F** e **T**. Quanto mais próximo do pólo estiver o paralelo, isto é, quanto mais alta for a Latitude, mais curto torna-se o arco **FT**, porém a diferença de Longitude entre os dois meridianos que limitam o arco de paralelo não se altera. Assim, **FT** deve guardar alguma relação com **AB**, dependendo da Latitude.

Figura 33.10 – Diatância ao Longo de um Paralelo



(a) (b)

Para determinar esta relação, considerem-se as seções **DFT** e **CAB**, que são paralelas e eqüiangulares.

$$\text{Então: } \frac{FT}{AB} = \frac{DF}{CA}$$

Mas no triângulo **DCF**, na figura 33.10(b):

$$DF = CF \,.\, \cos(Lat)$$

$$DF = CA \,.\, \cos(Lat)$$

Porque CF = CA, sendo ambos um raio da Terra (R).

$$\text{Então: } \frac{FT}{AB} = \frac{CA \,.\, \text{Cos}(Lat)}{CA}$$

$$\text{Ou seja: } FT = AB \,.\, \cos(Lat)$$

$$FT = \Delta\lambda \,.\, \cos(Lat)$$

Portanto, a distância ao longo de um paralelo, em milhas náuticas, é igual à diferença de Longitude, expressa em minutos de arco, multiplicada pelo cosseno da Latitude.

Suponhamos, por exemplo, que a Latitude é de 45° S e que as Longitudes de **F** e de **T** são, respectivamente, 015° W e 060° W.

Então: $\Delta\lambda$ = 045° = 2.700'; cos φ = 0,707106781

Assim: FT = 2.700' x 0,707 = 1.909,2 milhas

Se a Latitude fosse 60° S, teríamos:

FT = 2.700' . cos 60° = 2.700' . 0,5 = 1.350 milhas

ou seja, na Latitude de 60°, o comprimento do arco de paralelo, em milhas náuticas, é metade da diferença de Longitude correspondente, expressa em minutos de arco.

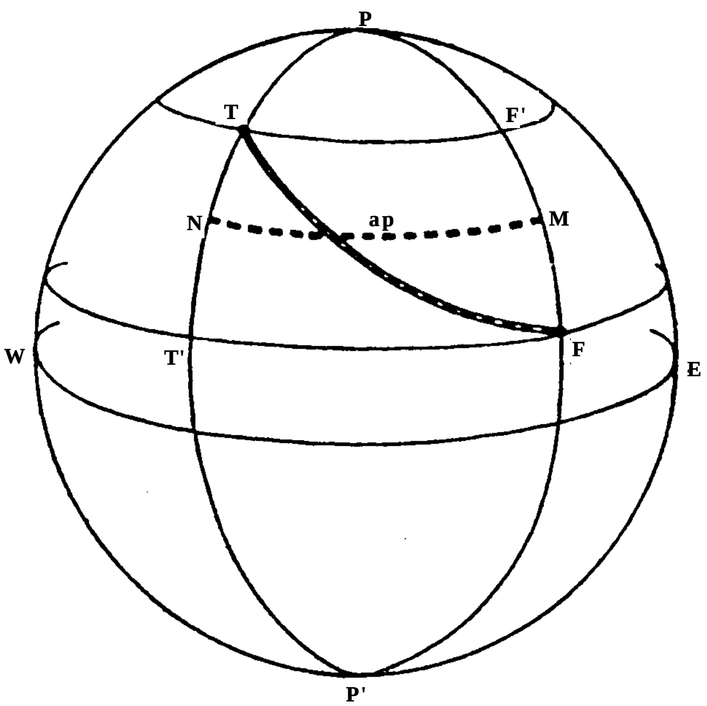
Se os pontos considerados estiverem sobre o Equador (φ = 0°), o comprimento do arco, em milhas náuticas, é igual à diferença de Longitude correspondente, expressa em minutos de arco; no pólo (φ = 90°), o comprimento será nulo.

A distância ao longo de um paralelo é um caso particular do que se denomina **apartamento (ap)**.

Apartamento (ap) é a distância percorrida em uma direção Leste–Oeste (E–W) quando se navega de um ponto a outro ao longo de uma **linha de rumo**, ou **loxodromia**.

Suponhamos que um navegante se desloca de **F** para **T** na figura 33.11. A distância percorrida na direção E–W será menor que **FT'**(distância ao longo do paralelo de **F**), porque os dois meridianos **FF'** e **T'T** convergem para o Norte de **FT'**. Pela mesma razão, a distância percorrida na direção E–W será maior que **F'T**.

Figura 33.11



Assim, a distância percorrida na direção E–W quando o navegante desloca-se de **F** para **T** será igual à distância ao longo de um determinado paralelo **MN**, situado entre os paralelos de **F** e de **T**.

A Latitude deste paralelo **MN** é denominada **Latitude intermediária** ("middle latitude") entre **F** e **T**, sendo abreviadamente designada φ**i**. Então, pela fórmula demonstrada para cálculo da distância ao longo de um paralelo, tem-se:

$$\boxed{ap = \Delta\lambda \cdot \cos \varphi i}$$

Por trigonometria esférica, demonstra-se que:

$$\boxed{\sec \varphi i = \frac{\Delta\lambda}{\Delta\varphi}}$$

Entretanto, exceto quando a diferença de Latitude for muito grande, ou quando as Latitudes envolvidas forem, elas mesmas, muito altas, a Latitude intermediária (φi) pode ser considerada, sem erro apreciável, como a média aritmética entre as duas Latitudes, ou seja, como a Latitude média ("mean latitude") entre os pontos, abreviadamente designada φ**m**. Então, a fórmula precisa, ap = $\Delta\lambda$. cos φi, é substituída pela fórmula aproximada, usada na prática da navegação:

$$\boxed{ap = \Delta\lambda \cdot \cos \varphi m}$$

ou: $$\boxed{\Delta\lambda = ap \cdot \sec \varphi m}$$

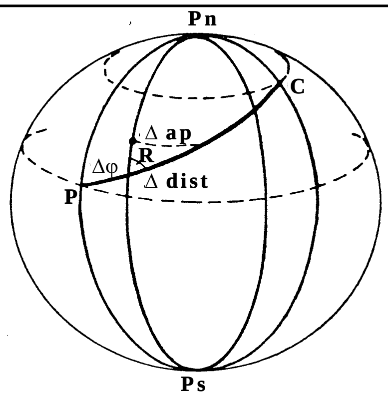
Em geral, o uso da **Latitude média (φm)**, em vez da **Latitude intermediária (φi)** é aceitável até distâncias da ordem de 600 milhas, ou quando a Latitude média não exceder 55º e a diferença de Latitudes for inferior a 15º.

Conhecidos os conceitos de **apartamento (ap)** e **Latitude média (φm)**, podem-se resolver quaisquer dos dois tipos de problemas de **derrotas loxodrômicas**.

Como vimos, para demonstração das fórmulas da **navegação loxodrômica**, o arco de loxodromia é dividido em inúmeros pequenos triângulos retângulos, cada um dos quais tem um lado situado sobre um paralelo de Latitude (ver a figura 33.9).

Em cada um destes triângulos (figura 33.12):

Figura 33.12



$$\Delta\varphi = \Delta \text{ dist} \cdot \cos R \quad e \quad \Delta ap = \Delta \text{ dist} \cdot \text{sen } R$$

ou

$$d\varphi = d \text{ dist} \cdot \cos R \quad e \quad d\, ap = d \text{ dist} \cdot \text{sen } R$$

Sendo a **navegação loxodrômica**, o rumo **R** entre **P** e **C** será constante. Então, integrando **d**φ e **d ap**, teremos:

$$\int_P^C d\varphi = \int_P^C d\,dist \,.\, \cos R;$$

$$\int_P^C d\,ap = \int_P^C d\,dist \,.\, sen\, R;$$

ou:

$$\boxed{\Delta\varphi = dist \,.\, \cos R}$$

e:

$$\boxed{ap = dist \,.\, sen\, R}$$

Dividindo-se a fórmula de baixo pela de cima, obtém-se:

$$tg\, R = \frac{ap}{\Delta\varphi}$$

ou:

$$\boxed{R = arc\, tg\, \frac{ap}{\Delta\varphi}}$$

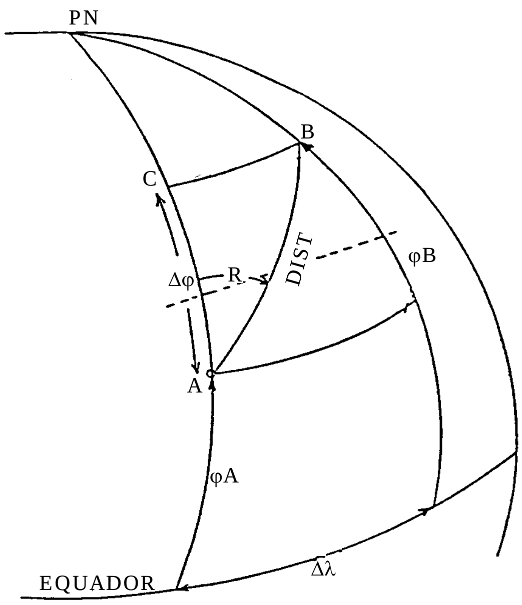
Além disso, da figura 33.12 conclui-se que:

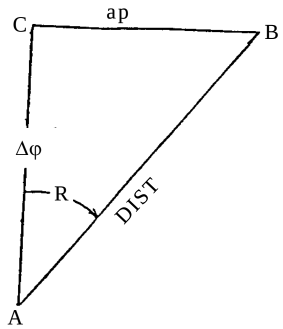
$$\boxed{dist = \sqrt{\Delta\varphi^2 + ap^2}}$$

Estas são as fórmulas que permitem resolver os dois casos que podem ocorrer na **navegação loxodrômica**, ilustrados nas figuras 33.13 e 33.14. Tais fórmulas são adequadas para solucionar problemas de **derrotas loxodrômicas** até cerca de 600 milhas de extensão, pois nada mais são do que as equações que relacionam os elementos de um triângulo retângulo plano, cuja hipotenusa é a **distância navegada**, o cateto adjacente é a **diferença da Latitude (**Δφ**)**, o ângulo agudo de interesse é o **Rumo** (quadrantal) e o cateto oposto é o **apartamento (ap)**. As fórmulas mostradas, portanto, consideram a Terra como uma superfície plana.

Os problemas de **derrotas loxodrômicas** podem ser resolvidos analiticamente ou com o auxílio das **Tábuas do Ponto**, incluídas na publicação DN 6-1, “Tábuas para Navegação Estimada”, editada pela Diretoria de Hidrografia e Navegação, e reproduzidas no final do volume III deste Manual.

Figura 33.13 – Derrota Loxodrômica (1º caso)





ap = DIST . sen R

Δφ = DIST . cos R

Δλ = ap sec φm

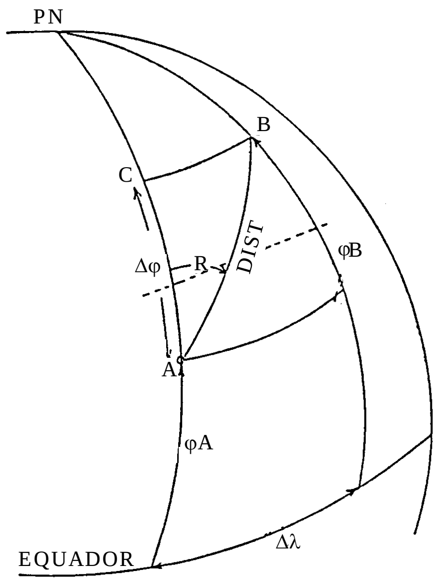
1. CONHECIDOS: φA, λA; φB, λB
2. A DETERMINAR: Distância ($\overline{AB}$); Rumo (AB)
3. FÓRMULAS:

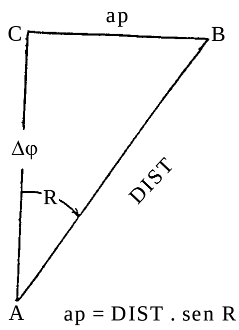
a) APARTAMENTO: ap = Δλ cos φm

b) RUMO: $R = \text{arc tg } \dfrac{ap}{\Delta\varphi}$

c) DISTÂNCIA: $\text{Dist.} = \sqrt{\Delta\varphi^2 + ap^2}$

Figura 33.14 – Derrota Loxodrômica (2º caso)





ap = DIST . sen R

Δφ = DIST . cos R

Δλ = ap sec φm

1. CONHECIDOS: φA, λA; Rumo e Distância Navegada
2. A DETERMINAR: φB, λB
3. FÓRMULAS:

a) Δφ = Dist. cos R ; φB = φA + Δφ

b) ap = Dist. sen R

c) Δλ = ap sec φm ; λB = λA + Δλ

A **Tábua do Ponto** propriamente dita (Tábua III da publicação DN 6-1) fornece a diferença de Latitude $\Delta\varphi$ (d Lat na Tábua) e o apartamento (ap), tendo como argumentos de entrada o rumo (ângulo) e a distância navegada, resolvendo as seguintes fórmulas:

$$\boxed{\Delta\varphi = \text{dist} \cdot \cos R} \quad ; \quad \boxed{ap = \text{dist} \cdot \text{sen } R}$$

Assim, conhecidas as coordenadas do ponto de partida, o rumo seguido e a distância navegada, a **Tábua do Ponto** informará a diferença de Latitude e o apartamento. Transforma-se, então, o apartamento em diferença de Longitude, obtendo-se, desta forma, as coordenadas geográficas do ponto de destino.

Quando os rumos são menores que 045º, entra-se na tábua por cima; quando maiores, por baixo; a redução ao primeiro quadrante é facilitada pelos valores incluídos dentro dos parênteses.

A coluna das distâncias é sempre a mesma; porém, a das diferenças de Latitude e dos apartamentos são trocadas quando o rumo excede 045º, conforme indicado na tábua. Assim, para um rumo compreendido entre 000º e 045º, tira-se a diferença de Latitude e o apartamento por cima, nas respectivas colunas; quando o rumo está compreendido entre 045º e 090º, tira-se a diferença de Latitude e o apartamento por baixo, nas respectivas colunas.

O rumo de entrada na **Tábua do Ponto** é, na realidade, um Rumo Quadrantal, definido como o menor ângulo entre o meridiano e a proa do navio, contado a partir do Norte, ou a partir do Sul, para Leste ou para Oeste, conforme o caso. Por exemplo, se o Rumo Verdadeiro do navio é 100º, o Rumo Quadrantal será 80º (SE). Este será o valor de entrada na **Tábua do Ponto**.

Ademais, o Rumo Verdadeiro definirá, também, o sentido da diferença de Latitude e do apartamento fornecidos pela **Tábua do Ponto**. Assim, um navio governando em um rumo entre 000º e 090º está se movendo para o Norte e para Leste. Então, $\Delta\varphi$ será **Norte (N)** e **ap** será **Leste (E)**. Quando se navega em um rumo entre 090º e 180º, move-se para o Sul e para Leste. Desta forma, $\Delta\varphi$ será **S** e **ap** permanece **E**. Do mesmo modo, para rumos entre 180º e 270º, $\Delta\varphi$ será **S** e **ap** será **W**. Entre 270º e 000º, $\Delta\varphi$ será **N** e **ap** será **W**. Estes fatos mostram que, antes de usar a **Tábua do Ponto**, o rumo deve ser convenientemente expresso em termos quadrantais, em relação aos pontos cardeais apropriados.

EXEMPLOS:

1. Sendo o Rumo Verdadeiro 026º e a distância navegada 30 milhas, determinar a **diferença de Latitude** e o **apartamento**.

SOLUÇÃO:

a. R = 026º $\Rightarrow$ Rumo Quadrantal: Rqd = 26º NE;

b. Como Rqd = 26º é menor que 45º, entra-se na Tábua do Ponto por cima, obtendo (ver a figura 33.15):

d Lat (diferença de Latitude): $\Delta\varphi$ = 27,0' N

apartamento: ap = 13,2' E

Figura 33.15

TÁBUA III – TÁBUA DO PONTO

25° (155°, 205°, 335°)						26° (154°, 206°, 334°)						27° (153°, 207°, 333°)					
dist	d Lat	ap	dist	d Lat	ap	dist	d Lat	ap	dist	d Lat	ap	dist	d Lat	ap	dist	d Lat	ap
1	0,9	0,4	56	50,8	23,7	1	0,9	0,4	56	50,3	24,5	1	0,9	0,5	56	49,9	25,4
2	1,8	0,8	57	51,7	24,1	2	1,8	0,9	57	51,2	25,0	2	1,8	0,9	57	50,8	25,9
3	2,7	1,3	58	52,6	24,5	3	2,7	1,3	58	52,1	25,4	3	2,7	1,4	58	51,7	26,3
4	3,6	1,7	59	53,5	24,9	4	3,6	1,8	59	53,0	25,9	4	3,6	1,8	59	52,6	26,8
5	4,5	2,1	60	54,4	25,4	5	4,5	2,2	60	53,9	26,3	5	4,5	2,3	60	53,5	27,2
6	5,4	2,5	61	55,3	25,8	6	5,4	2,6	61	54,8	26,7	6	5,3	2,7	61	54,4	27,7
7	6,3	3,0	62	56,2	26,2	7	6,3	3,1	62	55,7	27,2	7	6,2	3,2	62	55,2	28,1
8	7,3	3,4	63	57,1	26,6	8	7,2	3,5	63	56,6	27,6	8	7,1	5,6	63	56,1	28,6
9	8,2	3,8	64	58,0	27,0	9	8,1	3,9	64	57,5	28,1	9	8,0	4,1	64	57,0	29,1
10	9,1	4,2	65	58,9	27,5	10	9,0	4,4	65	58,4	28,5	10	8,9	4,5	65	57,9	29,5
11	10,0	4,6	66	59,8	27,9	11	9,9	4,8	66	59,3	28,9	11	[illegible]	[illegible]	66	58,8	30,0
12	10,9	5,1	67	60,7	28,3	12	10,8	5,3	67	60,2	29,4	12	[illegible]		67	59,7	30,4
13	11,8	5,5	68	61,6	28,7	13	11,7	5,7	68	61,1	29,8	13				60,6	30,9
14	12,7	5,9	69	62,5	29,2	14	12,6	6,1	69	62,0	30,2						31,3
15	13,6	6,3	70	63,4	29,6	15	13,5	6,6	70	62,9	[illegible]						
16	14,5	6,8	71	64,3	30,0	16	14,4	[illegible]	71	63,[illegible]							
17	15,4	[illegible]		[illegible]	30,4	17											
18	16,[illegible]				[illegible]												
19																	

dist	dLat	ap
30	27,0	13,2
40	36,0	17,5

ap = DIST . sen R

$\Delta\varphi$ = DIST . cos R

41												41	36,5	18,[illegible]			
42	38,[illegible]				[illegible]	[illegible]	37,7	[illegible]			[illegible]	42	37,4	19,1			44,0
43	39,0				41,8	43	38,6	18,8			43,0	43	38,3	19,5	98	[illegible],3	44,5
44	39,9	18,[illegible]		[illegible]	42,3	44	39,5	19,3	99	[illegible]	43,4	44	39,2	20,0	99	88,2	44,9
45	40,8	19,0				45	40,4	19,7	100	89,9	43,8	45	40,1	20,4	100	89,1	45,4
46	41,7	19,4	200	181,3	84,5	46	41,3	20,2	200	179,8	87,7	46	41,0	20,9	200	178,2	90,8
47	42,6	19,9	300	271,9	126,8	47	42,2	20,6	300	269,6	131,5	47	41,9	21,3	300	267,3	136,2
48	43,5	20,3	400	362,5	169,0	48	43,1	21,0	400	359,5	175,3	48	42,8	21,8	400	356,4	181,6
49	44,4	20,7	500	453,2	211,3	49	44,0	21,5	500	449,4	219,2	49	43,7	22,2	500	445,5	227,0
50	45,3	21,1	600	453,8	253,6	50	44,9	21,9	600	539,3	263,0	50	44,6	22,7	600	534,6	272,4
51	46,2	21,6	700	634,4	295,8	51	45,8	22,4	700	629,2	306,9	51	45,4	23,2	700	623,7	317,8
52	47,1	22,0	800	725,0	338,1	52	46,7	22,8	800	719,0	350,7	52	46,3	23,6	800	712,8	363,2
53	48,0	22,4	900	815,7	380,4	53	47,6	23,2	900	808,9	394,5	53	47,2	24,1	900	801,9	408,6
54	48,9	22,8	1000	906,3	422,6	54	48,5	23,7	1000	898,4	438,4	54	48,1	24,5	1000	891,0	454,0
55	49,8	23,2	1100	996,9	464,9	55	49,4	24,1	1100	988,7	482,4	55	49,0	25,0	1100	980,1	499,0
dist	ap	d Lat	dist	ap	d Lat	dist	ap	d Lat	d	ap	d Lat	dist	ap	d Lat	dist	ap	d Lat
(115°, 245°, 295°) 65°						(116°, 244°, 296°) 64°						(117°, 243°, 297°) 63°					

2. Sendo o Rumo Verdadeiro 296º e a distância navegada 40 milhas, determinar a **diferença de Latitude** e o **apartamento**.

SOLUÇÃO:

a. R = 296º $\Rightarrow$ Rqd = 64º NW;

b. Como Rqd = 64º é maior que 45º, entra-se na Tábua do Ponto por baixo, obtendo (ver a figura 33.15):

d Lat (diferença de Latitude): $\Delta\varphi$ = 17,5' N

apartamento: ap = 36,0' W

A Tábua IV da publicação DN 6-1 – Conversão de Apartamento em Diferença de Longitude resolve a fórmula:

$$\boxed{\Delta\lambda = ap \, . \sec \varphi m}$$

Entrando-se com a Latitude média entre dois pontos e o apartamento, obtém-se a diferença de Longitude correspondente.

EXEMPLOS:

1. Sendo a Latitude média 26º S e o apartamento 48,0' E, determinar a diferença de Longitude.

SOLUÇÃO:

a. Entrando na Tábua IV com φm = 26º como argumento horizontal, na linha superior, e ap = 48' como argumento vertical, na coluna da esquerda, obtém-se:

$\Delta\lambda$ = 53,4' (ver a figura 33.16);

b. Como o apartamento é **E**, tem-se:

$$\boxed{\Delta\lambda = 53{,}4' \text{ E}}$$

2. Sendo a Latitude média 25º N e o apartamento 300,0' W, determinar a diferença de Longitude.

SOLUÇÃO:

a. 300' = 5º = 5 x 60'

b. $\left.\begin{array}{l}\varphi m = 25^\circ \\ ap = 60'\end{array}\right\}$ $\Delta\lambda$ = 66,2' (ver a figura 33.16);

c. Então:

φm = 25º $\Delta\lambda$ = 5 x 66,2' = 331,0'

ap = 300' $\Delta\lambda$ = 5º 31,0'

d. Como o apartamento é **W**, tem-se:

$$\boxed{\Delta\lambda = 5^\circ\ 31{,}0' \text{ W}}$$

Figura 33.16

TÁBUA IV
CONVERSÃO DE APARTAMENTO EM DIFERENÇA DE LONGITUDE

Apartamento	LATITUDE MÉDIA										Apartamento
	20°	21°	22°	23°	24°	25°	26°	27°	28°	29°	
1	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	1;1	1,1	1,1	1,1	1,1	1
2	2,1	2,1	2,2	2,2	2,2	2,2	2,2	2,2	2.3	2,3	2
3	3,2	3,2	3,2	3,3	3,3	3,3	3,3	3,4	3,4	3,4	3
4	4,3	4,3	4,3	4,3	4,4	4,4	4,5	4,5	4,5	4,6	4
5	5,3	5,4	5,4	5,4	5,5	5,5	5,6	5,6	5,7	5,7	5
6	6,4	6,4	6,5	6,5	6,6	6,6	6,7	6,7	6,8	6,9	6
7	7,4	7,5	7,5	7,6	7,7	7,7	7,8	7,9	7.9	8,0	7
8	8,5	8,6	8,6	8,7	8,8	8,8	8,9	9,0	9,1	9,1	8
9	9,6	9,6	9,7	9,8	9,9	9,9	10,0	10,1	10,2	10,3	9
10	10,6	10,7	10,8	10,9	10,9	11.0	11,1	11,2	11,3	11,4	10
11	11,7	11,8	11,9	12,0	12,0	12,1	12,2	12,3	12,5	12,6	11
12	12,8	12,9	12,9	13,0	13,1	13,2	13,4	13,5	13,6	13,7	12
13	13,8	13,9	14,0	14.1	14,2	14,3	14,5	14,6	14,7	14,9	13
14	14,9	15,0	15,1	15,2	15,3	15,4	15,6	15,7	15,9	16.0	14
15	16,0	16,1	16,2	16,3	16,4	16,6	16,7	16,8	17,0	17,1	15
16	17,0	17,1	17,3	17,4	17,5	17.7	17,8	18,0	18,1	18,3	16
17	18,1	18,2	18,3	18,5	18,6	18,8	18,9	19,1	19,3	19,4	17
18	19,2	19,3	19,4	19,6	19,7	19,9	20,0	20,2	20.4	20,6	18
19	20,2	20,4	20,5	20,6	20,8	21,0	21,1	21,3	21,5	21,7	19
20	21,3	21,4	21,6	21,7	21,9	22,1	22.3	22,5	22,7	22,9	20
21	22,3	22,5	22,7	22,8	23,0	23,2	23,4	23,6	23,8	24,0	21
22	23,4	23,5	23,7	23,9	24,1	24,3	24,5	24,7	24,9	25.2	22
23	24,5	24,6	24,8	25,0	25,2	25,4	25.6	25,8	26,0	26,3	23
24	25.5	25,7	25,9	26,1	26,3	26,5	26,7	26,9	27,2	27,4	24
25	26,6	26,8	26,9	27,2	27,4	27,6	27,8	28,0	28,3	28,6	25
26	27,7	27,8	28,0	28,2	28,5	28,7	28,9	29,1	29.4	29,7	26
27	28,7	28,9	29,1	29,3	29,6	29,8	30,0	30,3	30,6	30,9	27
28	29,8	30,0	30,2	30,4	30,6	30,0	31.2	31,4	31,7	32,0	28
29	30,9	31,1	31,3	31,5	31,7	32,0	32,3	32,5	32,3	33,2	29
30	31,9	32,1	32,4	32,6	32,8	33,1	33,4	33,7	34,0	34,3	30
31	33,0	33,2	33,4	33,7	33,9	34,2	34,5	34,8	35,1	35,4	31
32	34,1	34,3	34,5	34,8	35,1	35,3	35,6	35,9	36,2	36,6	32
33	35,1	35,3	35,6	35,9	36,2	36,4	36,7	37,0	37,4	37,7	33
34	36,2	36,4	36,7	36,9	37,3	37,5	37,8	38.1	38,5	38,9	34
35	37,2	37,5	37,7	38,0	38,4	38,6	38,9	39,2	39,6	40,0	35
36	38,3	38,6	38,8	39,1	39,5	39,7	40,1	40,4	40,8	41,2	36
37	39,4	39,6	39,9	40,2	40,6	40,8	41,2	41,5	41,9	42,3	37
38	40,4	40,7	41.0	41,3	41,7	41,9	42,3	42,6	43,0	43,4	38
39	41,5	41,8	42,1	42,4	42,8	43,0	43,4	43,8	44,2	44,6	39
40	42,6	42,8	43,1	43,5	43,8	44,1	44,5	44,9	45,3	45,7	40
41	43,6	43,9	44,2	44,5	44,9	45,2	45.6	46,0	46,4	46,9	41
42	44,7	45,0	45,3	45,6	46,0	46,3	46,7	47,1	47,6	48,0	42
43	45,8	46,1	46,4	46,7	47,1	47,4	47,8	48,3	48,7	49,2	43
44	46,8	47,1	47,5	47,8	48,2	48,5	49,0	48,4	49.8	50,3	44
45	47,9	48,2	48,5	48,9	49,3	49,7	50,1	50,5	51,0	51,5	45
46	49,0	49,3	49,6	50,0	50,4	50,8	51,2	51,6	52,1	52,6	46
47	50,0	50,3	50,7	51,1	51,4	51,9	52,3	52,7	53,2	53,7	47
48	51.1	51,4	51,8	52,1	52,5	52,9	53.4	53,9	54,4	54,9	48
49	52,1	52,5	52,8	53,2	53,6	54,0	54,5	55,0	55,5	56,0	49
50	53,2	53,6	53,9	54,3	54,7	55,2	55,6	56,1	56,6	57.2	50
51	54,3	54,6	55,0	55,4	55,8	56,3	56,7	57,2	57,8	58,3	51
52	55,3	55,7	56,1	56,5	56,9	57,4	57,9	58,4	58,9	59,5	52
53	56,4	56,8	57,2	57,6	58,0	58,5	59,0	59,5	60,0	60,6	53
54	57,5	57,8	58,2	58,7	59,1	59,6	60,1	60,6	61,2	61.8	54
55	58,5	58,9	59,3	59,8	60,2	60,7	61,2	61,7	62,3	62,9	55
56	59,6	60,0	60,4	60,8	61,3	61,8	62,3	62,9	63,4	64,0	56
57	60,7	61,1	61,5	61,9	62,4	62,9	63,4	64,0	64,6	65,2	57
58	61,7	62,1	62,6	63,0	64,5	64,0	64,5	65,1	65,7	66,3	58
59	62.8	63,2	63,6	64,1	64,6	65,1	65,6	66,2	66,8	67,5	59
60	63,9	64,3	64,7	65,2	65,7	66,2	66,8	67,3	68,0	68,6	60

NOTA:

A conversão de **apartamento** em **diferença de Longitude**, ou vice-versa, também pode ser feita pela Tábua do Ponto (Tábua III da publicação DN6-1). Ou seja, a Tábua do Ponto também pode ser usada para resolver as equações:

$$\boxed{\Delta\lambda = ap \, . \sec \varphi m} \quad \text{ou} \quad \boxed{ap = \Delta\lambda \, . \cos \varphi m}$$

Para converter $\Delta\lambda$ em **apartamento**, use a **Latitude média (φm)** como se fosse o **Rumo** e a **diferença de Longitude ($\Delta\lambda$)** como se fosse a **distância navegada (dist)**, lendo o **apartamento (ap)** na coluna correspondente à **diferença de Latitude ($\Delta\varphi$)**.

EXEMPLOS:

1. Sendo φm = 26º S e $\Delta\lambda$ = 53,4'E, determinar o **apartamento (ap)** pela Tábua do Ponto.

SOLUÇÃO:

a. Entra-se na Tábua do Ponto com φm = 26º como se fosse **Rumo** e $\Delta\lambda$ = 53,4' como se fosse **dist**, obtendo, na coluna de **diferença de Latitude (d Lat)**, por interpolação, ap = 48,0' (ver a figura 33.15);

b. Como $\Delta\lambda$ é **E**, tem-se:

$$\boxed{ap = 48{,}0' \text{ E}}$$

2. Sendo a Latitude média 25º N e a diferença de Longitude 5º 31,0' W, determinar o **apartamento** pela Tábua do Ponto.

SOLUÇÃO:

a. Entra-se na Tábua do Ponto (ver a figura 33.15) com φm = 25º como se fosse **Rumo** e $\Delta\lambda$ = 331,0' como se fosse **dist**, obtendo, na coluna de **diferença de Latitude (d Lat)**, por interpolação, ap = 300,0'.

b. Como $\Delta\lambda$ é **W**, tem-se:

$$\boxed{ap = 300{,}0' \text{ W}}$$

Para converter **apartamento** em $\Delta\lambda$ pela Tábua do Ponto, use φm como se fosse Rumo e procure na coluna de **diferença de Latitude (d Lat)** o valor conhecido do apartamento, obtendo, na coluna de distância **(dist)** a **diferença de Longitude ($\Delta\lambda$)** correspondente.

EXEMPLOS:

1. Sendo φm = 25º S e ap = 58,0' W, determinar $\Delta\lambda$ pela Tábua do Ponto:

SOLUÇÃO:

a. Entra-se na Tábua do Ponto (ver a figura 33.15) com φm = 25º como se fosse **Rumo** e ap = 58,0' como se fosse **diferença de Latitude (d Lat)**, obtendo, na coluna de **distância (dist)**, o valor da **diferença de Longitude**:

$$\Delta\lambda = 64{,}0' = 1^{\circ}\ 04{,}0'.$$

b. Como o **apartamento** é **W**, tem-se:

$$\boxed{\Delta\lambda = 1^\circ\ 04{,}0'\ W}$$

2. Sendo $\varphi m = 26^\circ$ N e ap = 719,0' E, determinar $\Delta\lambda$ pela Tábua do Ponto:

SOLUÇÃO:

a. Entra-se na Tábua do Ponto com $\varphi m = 26^\circ$ como se fosse **Rumo** e ap = 719,0' como se fosse **diferença de Latitude (d Lat)**. Obtém-se, na coluna de **distância (dist)**:

$\Delta\lambda = 800{,}0'$ (ver a figura 33.15).

b. $\Delta\lambda = 800{,}0'\ E = 13^\circ\ 20{,}0'\ E$

É de boa prática utilizar a Tábua do Ponto para conversão do apartamento em diferença de Longitude, ou vice-versa, em vez de usar a Tábua IV, pois a facilidade e rapidez de emprego dessa importante Tábua só pode ser adquirida pelo seu uso constante.

33.3 EXERCÍCIOS SOBRE DERROTA LOXODRÔMICA

1. Um navio partiu do ponto de coordenadas Latitude 10º 17,0' S, Longitude 035º 13,0' W e navegou no Rumo Verdadeiro 145º, por uma distância de 98,0 milhas náuticas. Determinar as coordenadas do ponto de chegada.

SOLUÇÃO:

a. Fórmulas a serem usadas:

$$\Delta\varphi = \text{dist} \cdot \cos R \quad ; \varphi B = \varphi A + \Delta\varphi$$
$$ap = \text{dist} \cdot \text{sen}\, R$$
$$\Delta\lambda = ap \cdot \sec \varphi m \quad ; \lambda B = \lambda A + \Delta\lambda$$

b. Neste caso, pelas fórmulas ou pela Tábua do Ponto (entrando com o Rqd = 35º SE):

$\Delta\varphi =\ 80{,}3'\ S = 01^\circ\ 20{,}3'\ S$

$$\begin{array}{lrl}
\varphi A = & 10^\circ & 17{,}0'\ S \\
\Delta\varphi = & 01^\circ & 20{,}3'\ S \\
\hline
\varphi B = & 11^\circ & 37{,}3'\ S
\end{array}$$

$$\begin{array}{lrl}
ap = & & 56{,}2'\ E \\
\varphi m = & 10^\circ & 57{,}15'\ S \\
\Delta\lambda = & & 57{,}2'\ E
\end{array}$$

$$\begin{array}{lrl}
\lambda A = & 035^\circ & 13{,}0'\ W \\
\Delta\lambda = & & 57{,}2'\ E \\
\hline
\lambda B = & 034^\circ & 15{,}8'\ W
\end{array}$$

2. Um navio deve partir do ponto de coordenadas Latitude 23º 10,0' S, Longitude 042º 01,0' W, cerca de 10 milhas ao Sul do Cabo Frio, demandando um ponto de coordenadas Latitude 20º 32,5' S, Longitude 029º 46,0' W, nas proximidades da Ilha da Trindade. Determinar o Rumo Verdadeiro e a distância a ser navegada na derrota loxodrômica entre os dois pontos.

SOLUÇÃO:

a. Fórmulas a serem usadas:

$$ap = \Delta\lambda \cdot \cos \varphi m$$

$$R = \text{arc tg } \frac{ap}{\Delta\varphi}$$

$$\text{dist} = \sqrt{\Delta\varphi^2 + ap^2} \quad (\text{ou dist} = \Delta\varphi \cdot \sec R)$$

b. Neste caso:

$$\begin{array}{l} \varphi A = 23^\circ\ 10{,}0'\ S \\ \underline{\varphi B = 20^\circ\ 32{,}5'\ S} \\ \Delta\varphi = 02^\circ\ 37{,}5'\ N = 157{,}5'\ N \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \lambda A = 042^\circ\ 01{,}0'\ W \\ \underline{\lambda B = 029^\circ\ 46{,}0'\ W} \\ \Delta\lambda = 12^\circ\ 15{,}0'\ E = 735{,}0'\ E \end{array}$$

$$\varphi m = \frac{\varphi A + \varphi B}{2} = 21^\circ\ 51{,}3'\ S$$

c. $ap = 682{,}2'\ E$

$$R = \text{arc tg } \frac{682{,}2}{157{,}5} = 77{,}0^\circ = 077^\circ$$

$$d = \sqrt{157{,}5^2 + 682{,}2^2} = 700{,}1 \text{ milhas}$$

NOTA:

Para resolver este problema pela Tábua do Ponto, entra-se com a Latitude média ($\varphi m = 21^\circ\ 51{,}3'$), aproximada ao grau inteiro, como se fosse **Rumo** e com a diferença de Longitude ($\Delta\lambda = 735{,}0'$) como se fosse **distância** (dist), obtendo, na coluna d Lat, por interpolação, o valor do apartamento ap = 681,4' E.

Entra-se novamente na Tábua do Ponto, com o apartamento (ap = 681,4') e a diferença de Latitude (d Lat = 157,5'), e corre-se toda a tábua, até encontrar os 2 valores em linha, obtendo o valor da distância e do Rumo Quadrantal. Neste caso, como ap > d Lat, entra-se na tábua por baixo, obtendo-se: dist = 700,0 milhas ; Rqd = 077º NE, ou seja, R = 077º. Verifica-se que estes valores são praticamente idênticos aos obtidos pelo cálculo.

3. Um navio parte do ponto de coordenadas Latitude 30º 10,0' S, Longitude 000º 16,0' E e navega no rumo 240º, por uma distância de 106,0 milhas. Determinar as coordenadas do ponto de chegada.

SOLUÇÃO:

a. Fórmulas a serem usadas:

$$\Delta\varphi = \text{dist} \cdot \cos R \;;\; \varphi B = \varphi A + \Delta\varphi$$
$$ap = \text{dist} \cdot \text{sen}\, R$$
$$\Delta\lambda = ap \cdot \sec \varphi m \;;\; \lambda B = \lambda A + \Delta\lambda$$

b. Neste caso:

$\Delta\varphi$ = 53,0' S

ap = 91,8' W

φm = 30º 36,5' S

$\Delta\lambda$ = 106,7' W = 01º 46,7' W

c. Então:

φA = 30º 10,0' S	λA = 000º 16,0' E
$\Delta\varphi$ = 53,0' S	$\Delta\lambda$ = 01º 46,7' W
φB = 31º 03,0' S	λB = 001º 30,7' W

4. Um navio deve partir do ponto Latitude 23º 05,0' S, Longitude 043º 10,0' W, nas proximidades da Baía de Guanabara, RJ, demandando um ponto de coordenadas geográficas Latitude 28º 13,0' S, Longitude 048º 38,0' W, na entrada do Porto de Imbituba, SC. Determinar o Rumo Verdadeiro e a distância a ser navegada na derrota loxodrômica entre os dois pontos.

SOLUÇÃO:

a. Fórmulas a serem usadas:

$$ap = \Delta\lambda \cdot \cos \varphi m$$

$$R = \text{arc tg}\, \frac{ap}{\Delta\varphi}$$

$$\text{dist} = \sqrt{\Delta\varphi^2 + ap^2} \quad (\text{ou dist} = \Delta\varphi \cdot \sec R)$$

b. Neste caso:

λA = 043º 10,0' W
λB = 048º 38,0' W

$\Delta\lambda$ = 05º 28,0' W = 328,0' W

φA = 23º 05,0' S
φB = 28º 13,0' S

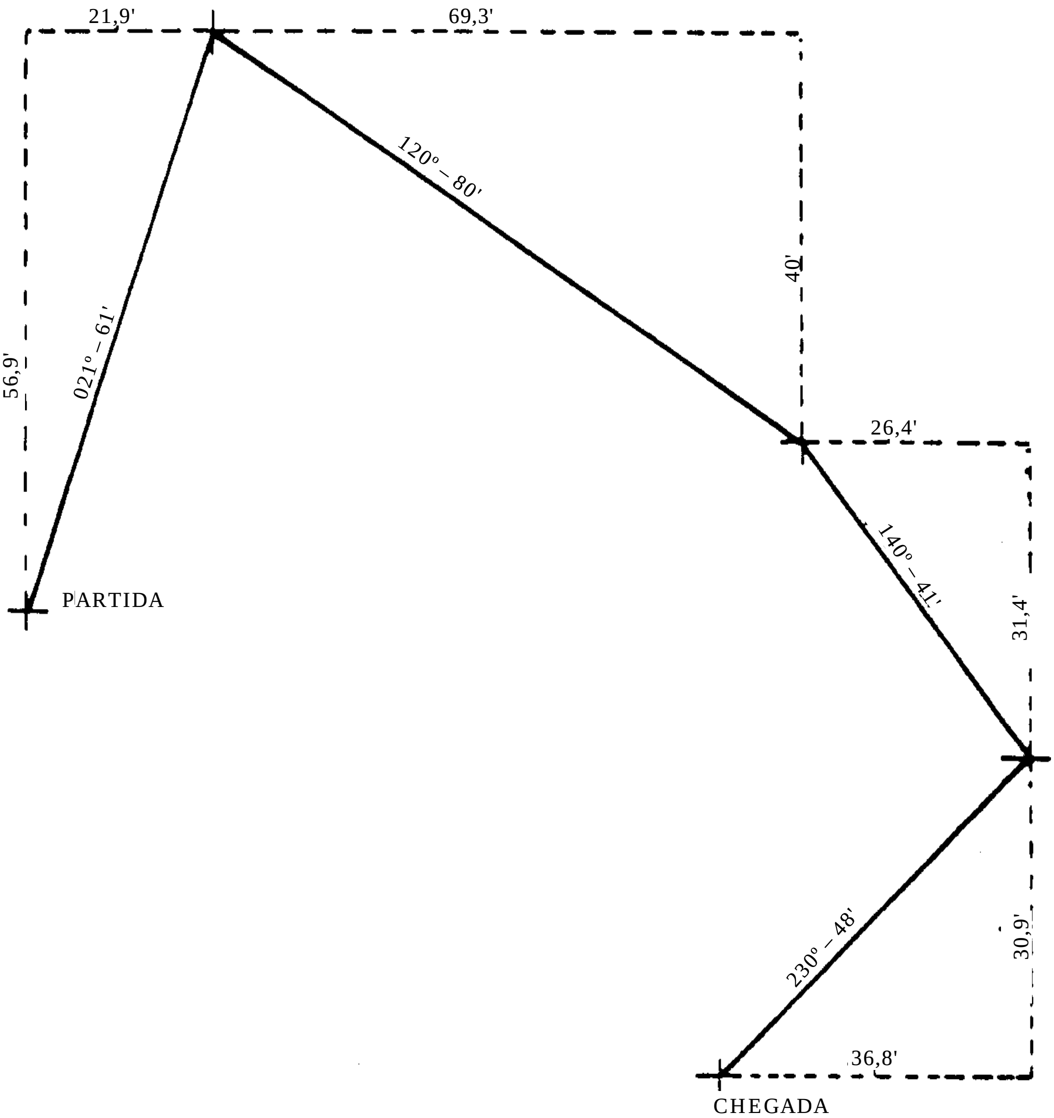
$\Delta\varphi$ = 05º 08,0' S = 308,0' S

φm = 25º 39,0' S
ap = 295,7' W
R = 43,8º SW = 223,8º ≅ 224º
Dist = 427,0'

33.4 DERROTA ESTIMADA COMPOSTA

A derrota estimada composta é aquela em que o navio navega diversos **rumos**, ou seja, diversos **arcos de loxodromia**. Fica formada uma linha poligonal, conforme mostrado na figura 33.17.

Figura 33.17 – Derrota Estimada Composta



Conhecendo-se os diversos rumos e distâncias navegadas, além das coordenadas geográficas do ponto de partida, procede-se da seguinte maneira:

a. Constrói-se um quadro como o da figura 33.18;

Figura 33.18 – Quadro para Resolução da Derrota Estimada Composta

Rumo	d	$\Delta\varphi$		Ap	
		N	S	E	W

$\Delta\varphi$ = ap =

b. com a Tábua do Ponto (ou pelo cálculo), para cada rumo e distância navegados, preenchem-se os valores das diferenças de Latitude e do apartamento, com a correspondente designação: se N ou S ; se E ou W;

c. somam-se as colunas e determinam-se os valores finais de $\Delta\varphi$ e ap;

d. aplica-se o $\Delta\varphi$ encontrado à Latitude de partida, encontrando-se a Latitude do ponto de chegada. Calcula-se, então, a Latitude média;

e. com a Latitude média e o valor final do apartamento, determina-se, pela Tábua do Ponto, ou pelo cálculo, a diferença de Longitude; e

f. aplica-se a diferença de Longitude à Longitude de partida, determinando-se, assim, a Longitude do ponto de chegada.

EXEMPLO:

Com os rumos e distâncias navegados mostrados na figura 33.17 e sabendo-se que as coordenadas do ponto de partida são Latitude 29º 37,3' S , Longitude 044º 13,0' W, determinar as coordenadas do ponto de chegada.

SOLUÇÃO:

a. Os rumos e distâncias navegados são, respectivamente:

PERNADA	RUMO	DISTÂNCIA NAVEGADA
1	021º	61,0'
2	120º	80,0'
3	140º	41,0'
4	230º	48,0'